

Creencias sobre lo que significa saber matemáticas en estudiantes de la enseñanza media costarricense

Hugo Barrantes
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica

Resumen

En este trabajo se presentan y analizan algunos resultados obtenidos en un estudio sobre creencias, con respecto a las matemáticas y su enseñanza aprendizaje, de los estudiantes de la enseñanza media costarricense.

Palabras clave

Educación matemática, creencias sobre matemáticas, problemas en matemáticas.

Planteamiento

Una estrategia de enseñanza de las matemáticas basada en la resolución de problemas permitiría, mediante el uso de situaciones matemáticas no rutinarias, la construcción conceptual por parte de los estudiantes. Tal estrategia ayudaría en la adquisición de aprendizajes significativos, estableciendo conexiones entre los conceptos ya conocidos y creando nuevos conocimientos. Sin embargo, existen algunas dificultades en cuanto a lo que una estrategia de este tipo significa y el papel que debe desempeñar en la enseñanza de las matemáticas. Esto tiene mucho que ver con diferentes aspectos tales como la visión particular de las matemáticas que cada quien tenga, lo que para cada uno signifique enseñar y aprender matemáticas, la conceptualización de problema y cómo se pueden utilizar en el proceso educativo, entre otros. En particular, es de vital importancia detectar dicha visión en los propios estudiantes.

Marco de referencia

El interés en la resolución de problemas se inició con el trabajo pionero de George Polya, quien abordó el tema en su obra *How to solve it* –escrita en los años 40 del siglo XX, pero traducida a

otras lenguas hasta los años 60 y 70—. El mismo Polyá amplió sus consideraciones en dos trabajos posteriores: *Mathematics and plausible reasoning* (1954) y *Mathematical discovery*, publicada en dos volúmenes (1962, 1965). Su interés primordial fue desarrollar un método heurístico que le permita al profesor guiar a sus estudiantes en el abordaje de la resolución de problemas matemáticos no triviales. La concepción que tiene al respecto se sintetiza en lo siguiente:

“Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemáticas es la correcta actitud en la manera de acometer y tratar los problemas. Tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política; tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro, pero solo tenemos una cabeza y, por lo tanto, es natural que en definitiva haya solo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal es que lo central en la enseñanza de las matemáticas es desarrollar tácticas de resolución de problemas.” (Polya, 1969)

A partir de entonces, el interés por la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas ha ido en aumento. En 1966 el *International Committee of Mathematical Instruction* (ICMI) realizó una encuesta, en varios países, sobre el papel de los problemas en la actividad matemática escolar. Luego, en las décadas de los años 70 y 80 del siglo XX, se realizaron muchas investigaciones en este campo; por ejemplo, Kilpatrick, Lester, Goulding, Glasier, Schoenfeld y otros. En 1980, la IV reunión internacional del ICMI tuvo un grupo de trabajo sobre resolución de problemas; a partir de ese momento, este tema ha sido central en la Educación Matemática internacional. El ICMI ha seguido proponiendo el tema en sus siguientes reuniones internacionales: 1989 y 2000 (Ruiz et al, 2004).

Sin embargo, el uso de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas tiene mucho que ver con las concepciones sobre el significado de problemas y sobre la naturaleza de las matemáticas mismas.

La naturaleza de las matemáticas

Ernest (1988) dice que las reformas en la enseñanza de la matemática no pueden ocurrir a no ser que las creencias profundamente sostenidas de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje cambien.

Estas creencias de los profesores están ligadas a, al menos, tres componentes: visión de la naturaleza de las matemáticas, visión de la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas, visión acerca de los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

En cuanto a la naturaleza de las matemáticas, Ernest señala tres visiones que se pueden resumir de la siguiente manera:

- Instrumentalista: las matemáticas constituyen una acumulación de hechos, reglas y habilidades que pueden ser usados en la ejecución de algún fin externo.
- Platónico: las matemáticas son un cuerpo de conocimientos estático y unificado; son descubiertas, no creadas.
- Resolución de problemas: las matemáticas son un campo de la creación e invención humana en continua expansión, son un producto cultural no acabado y sus resultados están abiertos a la revisión.

Acerca de la visión platónica de las matemáticas, Thompson, citado por Vilanova y otros, expresa que “existe una visión de la matemática como una disciplina caracterizada por resultados precisos y procedimientos infalibles cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, los procedimientos algebraicos y los términos geométricos y teoremas; saber matemática es equivalente a ser hábil en desarrollar procedimientos e identificar los conceptos básicos de la disciplina”. (Vilanova et al, 2001)

La visión que describe Thompson es, quizá, la visión que tiene la mayoría de las personas que no son matemáticos. Esta concepción induce una enseñanza sustentada en la manipulación de un lenguaje, unos símbolos y una sintaxis, bien organizados sobre una axiomática clara aunque el significado de los conceptos y sus relaciones difícilmente es comprendido por los estudiantes. A la vez, esta forma de enseñar refuerza la visión de las matemáticas como un todo ya hecho, exacto e infalible.

La tercera visión acerca del significado y naturaleza de las matemáticas que señala Ernest, coincide con el punto de vista, sustentado por Polya para quien las matemáticas son una construcción social; en ella se dan conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación con el ambiente social y cultural. Lo que caracteriza a las matemáticas es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. Esto hace de las matemáticas un cuerpo de conocimientos siempre en expansión y, por lo tanto, inacabado.

Desde luego, esta concepción conlleva otro énfasis en la enseñanza de las matemáticas. Los estudiantes deben ser partícipes de actividades que tengan sentido para ellos. Es aquí donde las situaciones problema juegan un papel importante puesto que requerirán del alumno un pensamiento creativo para enunciar conjeturas, aplicar de manera razonada la información, descubrir y, en general, construir su conocimiento. De esta manera se supone que el conocimiento que adquiera el estudiante será realmente significativo.

El significado de problema en la enseñanza de las matemáticas

El significado de los términos “problema” y “resolución de problemas” y cómo deben utilizarse en la enseñanza sigue siendo controversial. Stanic y Kilpatrick (1988), hacen explícitos algunos significados que estos conceptos han tenido a través de los años. Mencionan tres categorías posibles:

Resolver problemas como contexto

Se hace uso de los problemas, más que para el aprendizaje de las matemáticas, para servir a otros objetivos en torno a ella. Dentro de esta categoría mencionan cinco roles. Los problemas se han utilizado como:

- *Una justificación para enseñar matemática:* se introducen algunos problemas relacionados con experiencias de la vida cotidiana para mostrar que las matemáticas pueden ser útiles.
- *Motivación a ciertos temas:* se utilizan para introducir temas, pensado que pueden servir para que el estudiante se interese en la adquisición de ciertos conceptos.
- *Actividad recreativa:* se usan para mostrar que las matemáticas puede ser “divertidas” y “entretenidas”.

- *Proveedores de nuevas habilidades*: se piensa que si los problemas se presentan en secuencias bien seleccionadas, pueden proporcionar a los estudiantes nuevas habilidades con respecto a algún tema.
- *Práctica*: se utilizan después de dar un concepto, fórmula o procedimiento a los estudiantes. Se les proporciona una lista de ejercicios relacionados con el asunto tratado solo con el objetivo de que se ejerciten en los conceptos recién enseñados. Este es el uso más común.

Resolver problemas como habilidad

Se trata de inducir en el estudiante la habilidad para resolver problemas. Es decir, el resolver problemas se ve como una habilidad en sí misma, de modo que se enseñan técnicas de resolución de problemas como un *contenido*. Se proporcionan listas de problemas como práctica, o entrenamiento, de tal habilidad.

Resolver problemas es "hacer matemática"

Este es el punto de vista relacionado con la tercera visión de las matemáticas que mencionamos arriba. Si hacer matemáticas es resolver problemas, y viceversa, entonces el estudiante deberá aprender matemáticas a través de la resolución de problemas. Es decir, los problemas no se ven solamente como práctica, o como un fin en sí mismos o simplemente como un adorno en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, sino que constituyen lo medular en el proceso; será lo que va a permitir al estudiante construir sus conocimientos matemáticos.

A pesar de las diferencias de criterios, esta última visión es la que se está imponiendo entre los investigadores actuales en educación matemática.

Para llevar a cabo una estrategia de resolución de problemas en el aula no basta solo con buenas intenciones. Se requieren condiciones de todo tipo y, precisamente, cuáles son esas condiciones y cómo afrontarlas son algunos de los temas de investigación actuales en educación matemática.

Algunas de las dificultades para implementar una estrategia de resolución de problemas tienen que ver con las condiciones propias de los estudiantes. Particularmente, Alan Schoenfeld

(1985) encontró que llevar a la práctica, en la clase, el método expuesto por Polyá, representaba algunas dificultades. Por tal motivo se propuso investigar por qué se presentan tales obstáculos y por qué, por ejemplo, no es el método favorito de quienes entrenan a muchachos que participan en competencias matemáticas.

Schoenfeld determinó que, además de las heurísticas consideradas por Polyá, hay otras tres categorías de suma importancia que inciden en la forma en que las personas abordan el proceso de resolución de un problema matemático. De este modo, hay cuatro categorías a considerar:

- *Recursos*: son los conocimientos matemáticos que posee el individuo y que pueden usarse para resolver el problema. Son, por ejemplo: intuiciones y conocimiento informal acerca del tema, hechos, procedimientos algorítmicos, procedimientos rutinarios no algorítmicos, comprensión de las reglas de trabajo en el tema, etc.
- *Heurísticas*: son las estrategias y técnicas que permiten progresar en la solución de un problema no familiar (o no estándar). Representan las reglas de manejo para resolver problemas de forma efectiva tales como dibujo de figuras, analogías, estudio de casos particulares, introducción de notación apropiada, exploración de problemas relacionados, reformulación de problemas, trabajo hacia atrás, examen y verificación de procedimientos.
- *Control*: se refiere a las decisiones globales que permiten la selección e implementación de recursos y estrategias tales como planeamiento, monitoreo, valoración, toma de decisiones, actos metacognitivos concientes.
- *Sistema de creencias*: es la visión del mundo matemático, el conjunto (no necesariamente conciente) de determinantes del comportamiento del individuo acerca de: sí mismo, el medio, el tema tratado, las matemáticas en general.

Es importante observar la importancia de las cuatro categorías en la resolución de problemas puesto que tanto puede afectar la falta de recursos, heurísticas y control como un sistema de creencias negativas hacia las matemáticas.

Sistemas de creencias de los estudiantes sobre el mundo matemático

Lampert menciona lo que la mayoría de las personas piensa acerca de las matemáticas:

“Comúnmente las matemáticas están asociada con la certeza; conocerlas es ser hábil para dar respuestas correctas rápidamente. Esta asunción cultural está condicionada por la experiencia escolar, en la cual *hacer* matemáticas significa seguir las reglas dadas por el profesor; *conocer* matemáticas significa recordar y aplicar correctamente las reglas cuando el profesor lo requiera y la *verdad matemática* queda determinada cuando la respuesta es ratificada por el profesor. Las creencias acerca de cómo hacer matemáticas y qué significa conocerlas en la escuela se adquieren a través de años observando, escuchando y practicando”. (citado por Schoenfeld, 1992)

Por otra parte, el mismo Schoenfeld (1992) propone una lista de creencias típicas de los estudiantes acerca de la naturaleza de las matemáticas:

- Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta.
- Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema; usualmente la regla que el profesor más recientemente ha mostrado en la clase.
- Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas; solo esperan memorizarla y aplicarla cuando hayan aprendido mecánicamente y sin entender.
- La matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamiento.
- Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que les asignen en 5 minutos o menos.
- La matemática aprendida en la escuela tiene poco que ver con el mundo real.
- Las pruebas formales son irrelevantes en el proceso de descubrimiento o invención.

El sistema de creencias de los estudiantes sobre las matemáticas está ligado a tres componentes: La educación matemática; concepción de las matemáticas, del aprendizaje de las matemáticas y de la enseñanza de las matemáticas

El contexto de aula; papel y funcionamiento del profesor, papel y funcionamiento de sus compañeros de clase y normas y prácticas socio matemáticas en su clase.

Sobre sí mismo; el valor de su trabajo, su control y su eficacia.

Algunas investigaciones

Las creencias de estudiantes y profesores acerca de las matemáticas, su enseñanza aprendizaje y sobre la resolución de problemas, constituyen un vasto campo de investigación en la educación matemática. Estas investigaciones buscan determinar:

- Sistema de creencias de estudiantes y profesores, más que creencias aisladas.
- El origen de las creencias.
- De qué manera influyen estas creencias en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- De qué manera pueden ser cambiadas las creencias nocivas para el aprendizaje.

Algunos resultados obtenidos son:

El aprendizaje rápido e instintivo y el poder estudiar sin estrategia fueron relacionados apreciablemente a creencias acerca de las matemáticas, su utilidad y el entendimiento de los conceptos (Schommer-Aikins, Duell, Hutter, 2002).

Las creencias pueden predecir el desempeño académico medido mediante la resolución de problemas matemáticos (Schommer-Aikins, Duell, Hutter, 2002).

El funcionamiento pobre de estudiantes alemanes parece ser atribuible a las misma clase de creencia y actitudes que aquellos encontrados en estudios previos de estudiantes estadounidenses, que también han recibido bajos resultados en pruebas de logro de matemáticas (Randel, Stevenson, Witruk, 2000).

Un "problema de matemáticas" es una categoría de pregunta escolar de naturaleza aritmética ("las matemáticas son cálculo"), caracterizada por aspectos formales como la presentación, el formato, etc.; por ejemplo "enunciado verbal es sinónimo de problema" (Callejo y Vila, 2003).

La diferencia entre problema y ejercicio no se percibe en los conocimientos del resolutor sino en las características formales. Entender un problema es poder descifrar los mandatos que aparecen en el enunciado. Resolver un problema consiste en averiguar cuáles son las operaciones

adecuadas para obtener el resultado pedido; resultado que es meritorio obtener a partir del método trabajado recientemente en clase, sin encontrar dificultades ni bloqueos, mediante un proceso lineal que avance directamente de los datos al resultado final (Callejo y Vila, 2003).

Nuestra posición

Estamos de acuerdo con la visión de que lo que caracteriza a las matemáticas es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos y que esto debe conllevar a un proceso de enseñanza aprendizaje activo en el que el estudiante tenga la oportunidad de construir conceptos que tengan sentido y no solamente memorice reglas, definiciones y algoritmos.

La resolución de problemas puede ayudar a implementar ambientes educativos en los que el estudiante participe junto a sus compañeros en la creación de conceptos, esto es, haciendo matemáticas. Por otra parte, llevar a cabo una estrategia de este tipo implica, necesariamente, entre otros asuntos, un conocimiento profundo tanto de los recursos académicos de los estudiantes como de las creencias más arraigadas acerca de las matemáticas.

Metodología

Sistema educativo

El sistema educativo formal costarricense se divide en cuatro niveles: preescolar, primaria, media y superior. La enseñanza primaria consta de seis años de estudio (primer año a sexto año) y la enseñanza media consta de cinco años (séptimo año a undécimo año) si es académica y seis años (séptimo a duodécimo) si es técnica.

La edad a la que ingresa la mayoría de los jóvenes a la enseñanza media es de 12 a 14 años. Al final del noveno año y al final del undécimo año (o duodécimo según el caso), los estudiantes presentan las pruebas nacionales en las materias básicas.

Existen instituciones de enseñanza media oficiales (públicas) y privadas y algunas semi oficiales (son de gestión privada con financiamiento parcial del estado).

Buena parte de la administración, en el plano educativo, se realiza desde cada una de las 21 direcciones regionales educativas en que se divide el territorio.

Objetivo

Explorar algunas de las creencias que sobre las matemáticas y su enseñanza poseen los estudiantes de enseñanza media costarricense.

Población y muestra

La población objeto del estudio estuvo constituida por los estudiantes de octavo y décimo año de la enseñanza media costarricense. No se consideró el nivel de séptimo año dado que apenas están comenzando su enseñanza media; tampoco se consideró los niveles de noveno y undécimo año dado que, según lo muestran algunos estudios, las pruebas nacionales que se realizan a fin de año inciden de diversas maneras en el proceso de enseñanza aprendizaje y esto podría inducir un sesgo particular en el estudio.

Para la muestra se seleccionaron 21 instituciones educativas de enseñanza media pertenecientes a cuatro de las direcciones regionales educativas. En cada institución se seleccionó un grupo de octavo y otro de décimo año. Se aplicó un instrumento a cada estudiante de cada uno de los grupos seleccionados. En total respondieron la encuesta 1240 estudiantes.

El instrumento

El instrumento aplicado consistió en una encuesta, de preguntas cerradas, dividida en cinco partes:

- A. Información general
- B. Qué es saber matemáticas
- C. Qué es un problema matemático
- D. Libros de texto
- E. Las matemáticas y los problemas matemáticos en la clase

Resultados

Información general

Contestaron la muestra 640 estudiantes de octavo año y 600 de décimo. En cuanto a género, 601 masculinos y 639 femeninas.

Qué es saber matemáticas

En esta parte se les presentó a los estudiantes ocho posibles conceptualizaciones de lo que puede considerarse como saber matemáticas. Se les pidió que las ordenaran dando un puntaje de 8 a la que más se acercaba a su propia concepción, 7 a la siguiente y así sucesivamente hasta 1 a la que más se alejaba (tabla 1 en el anexo).

Si nos atenemos al número de ochos (puntuación máxima) recibidos, se observa que la tendencia preponderante se refiere a considerar que saber matemáticas significa poder resolver cualquier problema relacionado con el tema en estudio; otra consideración que recibió una cantidad importante de ochos fue la que tiene que ver con poder aplicar procesos creativos a diferentes situaciones. Por otra parte, el “poder decidir la importancia de un concepto matemático” fue la opción que los estudiantes consideraron más alejada de lo que ellos piensan que es saber matemáticas. Estas tendencias se reafirman si promediamos los valores asignados a las diferentes opciones. Si enfocamos el asunto desde el otro extremo, esto es, viendo la cantidad de unos (puntuación mínima) recibidos, los estudiantes piensan mayoritariamente que “poder salir bien en las pruebas” es lo más alejado a lo que es saber matemáticas; mientras que, lo menos alejado es “poder resolver rápidamente los problemas relacionados con el tema en estudio”.

Haciendo la comparación por niveles (tabla 2 del anexo), observamos que tanto los estudiantes de octavo año como los de décimo dan la mayoría de ochos a “poder resolver cualquier problema relacionado con el tema en estudio”, lo que se vio reflejado en la tendencia general. Sin embargo, el “poder decidir la importancia de un concepto matemático”, que es la de menos puntuación general, recibe una buena puntuación a nivel de octavo año y muy baja en décimo año. Por otra parte, se observa menos diferencia de puntuación en octavo año, no denotándose una idea claramente preponderante en este grupo.

Qué es un problema matemático

En esta sección se ofrecieron cinco opciones posibles acerca de lo que es un problema matemático. Los estudiantes debían asignar puntajes a cada una de ellas, donde 5 es la más cercana a su propia concepción y 1 es la más lejana.

Casi un tercio de los encuestados dio 5 a la idea de que un problema es un ejercicio que el profesor propone para verificar si se ha aprendido una definición, una fórmula o un teorema. Mientras que solo el 10,2%, el menor porcentaje, dio 5 a la posibilidad de que un problema puede servir para descubrir algo nuevo y, desde el otro lado, esta opción fue la que más unos recibió; adicionalmente fue la de menor promedio. Las opciones de mayor promedio fueron las que tienen que ver con el concepto de que un problema sirve para verificar conocimientos (tabla 3 del anexo).

Estas tendencias permanecen igual si comparamos por nivel; tanto los de octavo como los de décimo año piensan mayoritariamente que un problema sirve para verificar si se sabe algo y solo una minoría piensa que un problema puede servir para construir conocimientos (tabla 4 del anexo).

En cuanto a las características que tienen los problemas matemáticos, un elevado porcentaje (73%) opina que solo pueden tener una respuesta correcta, el 72% cree que se pueden resolver en cinco minutos o menos y un 70% piensa que el profesor siempre debe conocer la respuesta a los problemas que propone (tabla 5 del anexo).

Otras ideas que aparecen con frecuencia en los estudiantes acerca de los problemas matemáticos son (tabla 6 del anexo):

- Todos los datos en el enunciado son relevantes (87%).
- Lo importante es descubrir cuál es la operación correcta (91%).
- La operación correcta se descubre analizando las palabras clave en el enunciado (79%).

Las matemáticas y los problemas matemáticos en la clase

El principal resultado que se obtuvo en este apartado es que el 89% de los estudiantes cree que cualquier problema que proponga el profesor deberá ser resuelto en a lo sumo 15 minutos (el 66% cree que en menos de 10 minutos). Por otra parte, el 93% de los estudiantes piensa que debería poder resolver un problema matemático, propuesto por el profesor o que aparece en el libro de

texto, en menos de 15 minutos (el 74% piensa que en menos de 10 minutos). Adicionalmente esos son los tiempos que dedican a resolver los ejercicios que se les proponen (88% menos de 15 minutos, 70% menos de 10 minutos) (tabla 7 del anexo).

Los libros de texto

La idea en esta parte fue determinar la percepción de los estudiantes sobre la forma en que los libros de texto utilizados manejan el asunto de los problemas.

Una mayoría indicó que no utilizaban libros de texto y, en su lugar, usaban notas y listas de ejercicios proporcionados por el profesor. Quienes usaban textos, en la mayoría de los casos, casi solamente los utilizaban como listados de ejercicios. Indicaron que los textos no introducen temas a través de problemas, que estos más bien estos se proponen para aplicar la teoría y que, en general, se pueden resolver fácilmente.

Algunas correlaciones

Analizando la información para tratar de detectar algunos sistemas de creencias se encontraron varias correlaciones significativas; se enuncian algunas de ellas:

- Quienes creen que saber matemáticas es conocer de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios piensan, mayoritariamente, que un problema matemático es un ejercicio que el profesor pone para saber si el estudiante ha aprendido una definición, una fórmula o un procedimiento.
- Hay una correlación positiva entre la creencia de que un problema solo tienen una respuesta correcta y la de que al resolver un problema todos los datos en el enunciado son necesarios o relevantes, que se resuelve solo efectuando operaciones, que importante para resolver un problema matemático es descubrir cuál es la operación correcta y que la operación correcta para resolver un problema matemático se descubre analizando las palabras clave que están en el enunciado.
- Quienes piensan que saber matemáticas es aplicar procesos creativos a diferentes situaciones creen, mayoritariamente, que un problema es una situación que puede proponer el profesor para que el estudiante desarrolle nuevas habilidades.

Discusión

Las prácticas de enseñanza de las matemáticas usual en nuestras instituciones educativas de enseñanza media, inducen una concepción particular en los estudiantes acerca del significado de las matemáticas y de la noción de problema matemático.

En general los estudiantes no denotan una idea clara acerca de lo que es saber matemáticas. Hubo amplia variedad en la asignación de puntajes distribuidos en las diversas opciones que se les proporcionó. Aunque algunas concepciones se presentan como mayoritarias, no podemos decir que sea una mayoría significativa en general; esto es, no hubo una opción que destacara de manera notable, ni en sentido positivo ni en sentido negativo de las demás. Quizá las mismas prácticas educativas no le permiten al estudiante percibir de una manera clara qué es saber matemáticas; quizá, incluso, muchos profesores no la tienen. Por otra parte, esta es una conceptualización de mayor nivel cognitivo y esto puede haber influido en los resultados.

En cuanto a la concepción de lo que es un problema y cuáles son sus características, al ser algo más concreto y más ligado con su trabajo cotidiano en el aula y en la casa a través de las asignaciones y, particularmente, al trabajo de su profesor, se denota una mayor claridad. Esta claridad refleja la forma en que el docente enfoca su trabajo.

Es evidente que no se utiliza la resolución de problemas como un medio para que los estudiantes construyan conocimiento. Este aspecto de los problemas matemáticos fue el que menos consideraron los alumnos. También, en general, tienen la concepción de problema como equivalente a la de ejercicio de verificación de conocimientos. Por lo demás, un ejercicio que, en general, no puede presentar información superflua, que tiene solo una respuesta correcta que

puede ser encontrada rápidamente y cuyo enunciado presenta claves mediante las que se puede saber cuáles son las operaciones necesarias para resolverlo.

Podemos concluir que las concepciones sobre las matemáticas que tienen los estudiantes costarricenses no difieren muchos con las que tienen estudiantes de otras latitudes. Además, lo que piensan los estudiantes tiene mucho que ver con lo que Lampert indica: estas creencias están condicionadas por la experiencia escolar.

Referencias

Callejo, M. y Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas: Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la Educación Secundaria. Extraído el 3 de marzo de 2007 de <http://www.ma.usb.ve/bol-amv/vol10.html#numero2>

Ernest, P. (1988). The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. En Mathematics Teaching: The State of the Art, pp. 249 – 254. London: Falmer Press. [En línea] Recuperado el 19 de junio de 2007 de <http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/impact.htm>.

Lampert, M. (1992) . Handbook for Research on Mathematics. In Schoenfeld, A.: *Learning to think mathematically, Teaching and Learning*. D.Grows, Ed. New York:Mac Millan.

Polyá, George. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas* (XV reimpresión de la 1ª edición en español, 1965). México: Editorial Trillas.

Polyá, George. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible* (1ª edición en español). Madrid: Editorial Tecnos.

Polyá, George. (1969). *The goals of mathematical education*, [en línea]. Recuperado el 24 de marzo de 2006 de <http://mathematicallysane.com/analysis/polya.asp>

Randel, B. Stevenson, H. y Witruk, E. (2000). Attitudes, beliefs, and mathematics achievement of German and Japanese high school students (abstract). Extraído el 10 de marzo de 2007 de <http://jbd.sagepub.com/cgi/content/abstract/24/2/190>

Ruiz, A., Alfaro, C., Gamboa, R. (2004) Aprendizaje de las matemáticas: conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas. *Uniciencia*, 20 (2), 285 – 296.

Schoenfeld, Alan. (1985). *Mathematical Problem Solving* (1a. edición). Orlando, Florida: Academic Press.

Schoenfeld, Alan. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (D. Grouws, Ed.). p. 334-370, [en línea]. http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/LearningToThink/Learning_to_think_Math.html

Schommer-Aikins, M., Duell, O. y Hutter, R. (2002). Epistemological Beliefs, Mathematical Problem-Solving Beliefs, and Academic Performance of Middle School Students. Extraído el 8 de marzo de 2007 de

<http://www.journals.uchicago.edu/ESJ/journal/issues/v105n3/1050303/1050303.web.pdf>

Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *The teaching and assesing of mathematical problem solving* (Charles & Silver, Eds.). pp.1-22. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Vilanova, Silvia y otros. La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *OEI – Revista Iberoamericana de Educación*, [en línea]. Recuperado el 18 de marzo de 2006 de <http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/203Vilanova.PDF>

Anexo

Tabla 1

Saber matemáticas es	1	2	3	4	5	6	7	8	Prom
Saber muchas definiciones, fórmulas y	15,4	13,2	7,4	9,1	11,6	12,2	14	12,7	4,5

teoremas									
Conocer de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios	9,4	12,2	13,1	11,1	9,5	12,3	14,2	13,8	4,7
Poder decidir la importancia de un concepto matemático	12,4	14,1	16,3	13,2	12,8	10,7	9,5	6,0	4
Aplicar proceso creativos a diferentes situaciones	11,5	9,8	13,0	10,9	11,9	11,0	11,5	15,2	4,65
Poder salir bien en las pruebas	15,8	8,6	11,3	11,6	11,0	13,2	9,0	13,9	4,46
Resolver rápidamente los problemas relacionados con el tema en estudio	9,1	12,2	11,3	16,2	14,9	13,3	10,9	6,5	4,4
Poder demostrar cualquiera de las fórmulas del tema en estudio	10,6	14,8	13,2	14,2	12,6	11,9	10,6	6,4	4,2
Poder resolver cualquier problema relacionado con el tema en estudio	10,5	9,6	9,2	8,4	10,5	10,1	15,4	20,7	5

Tabla 2

Saber matemáticas es	Octavo			Décimo		
	1s (*)	8s (**)	Prom	1s	8s	Prom
Saber muchas def., fórm., teoremas	97	90	4,6	94	67	4,4
Conocer de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios	45	105	4,9	72	66	4,4
Poder decidir la importancia de un concepto matemático	67	47	4,2	87	28	3,9
Aplicar proceso creativos a diferentes situaciones	74	73	4,5	68	115	4,8
Poder salir bien en las pruebas	95	87	4,5	101	85	4,4
Resolver rápidamente los problemas relacionados con el tema en estudio	65	51	4,3	48	29	4,5
Poder demostrar cualquiera de las fórmulas del tema en estudio	82	35	4,1	49	44	4,3
Poder resolver cualquier problema relacionado con el tema en estudio	78	117	4,8	52	140	5,3

Tabla 3

Un problema matemático es	1	2	3	4	5	Prom
Ej. para saber si ha aprendido una def., una fórmula o teorema	17,3	13,8	13,8	20,0	30,2	3,33
Ej. para aplicar def., fórmula o teorema a situación real	11,4	14,5	16,7	24,9	27,7	3,45
Situación para motivar al estudiante para que aprenda algo nuevo	21,6	24,4	23,4	14,3	11,3	2,67
Situación para que el estudiante aprenda nuevas habilidades	13,0	22,7	22,2	21,3	15,8	3
Situación para que el estudiante descubra algo nuevo	31,6	19,6	19,0	14,6	10,2	2,5

Tabla 4

Un problema matemáticos es	Octavo			Décimo		
	%1s (*)	%5s (**)	Prom	%1s	%5s	Prom
Ej. para saber si ha aprendido una def., una fórmula o teorema	18	33	3,3	18	30	3,3
Ej. para aplicar def., fórmula o teorema a situación real	12,5	26,3	3,4	11,4	32	3,6
Situación para motivar al estudiante para que aprenda algo nuevo	21,4	13,8	2,8	24,2	10	2,6
Situación para que el estudiante aprenda nuevas habilidades	14,7	15,3	3	12,6	18	3,1
Situación para que el estudiante descubra algo nuevo	33,2	11,5	2,5	33,4	9,8	2,5

Tabla 5

Características de un problema matemático:	CA	MA	A	D	CD
Solo una respuesta correcta	34,7	10,8	27,3	18,4	7,7
Solo hay un modo de resolverlo	5,6	7,1	12,3	43,6	30,4
Se resuelven en 5 min. o menos	17,3	16,9	36,5	20,1	8,5
Se resuelven en 10 min o menos	14,7	24,7	38,6	16,4	4,6
Se resuelven en 15 min o menos	17,2	16,8	32,5	21,9	10,2
Si alguien que sabe no lo resuelve en corto tiempo es porque no tiene solución	8,6	7,7	13,5	36,4	32,9
El profesor siempre debe conocer la respuesta a un problema matemático	40,1	12,5	16,9	18,5	10,7

Tabla 6

Al resolver un problema matemático se debe considerar	CA	MA	A	D	CD
--	-----------	-----------	----------	----------	-----------

Todos los datos en el enunciado son relevantes	40,7	20,5	26,0	8,7	3,4
Se resuelve solo efectuando operaciones	15,9	15,9	29,4	32,0	6,1
Lo importante es descubrir cuál es la operación correcta	39,0	24,2	26,7	6,7	2,3
La operación correcta se descubre analizando las palabras clave en el enunciado	29,3	22,3	26,4	16,3	4,8
Si los números en el enunciado son simple, la respuesta debe contener números simples	11,5	11,3	22,0	37,9	16,5
Aunque lo aparenten, los problemas matemáticos no tienen relación con la realidad cotidiana	15,8	9,0	21,4	26,5	26,0

Tabla 7

T en minutos:	T 5	5<T 10	10<T 15	T>15
La mayoría de ejercicios o problemas que le pone el profesor pueden ser resueltos en	20,4	44,0	21,7	11,2
Usted espera poder resolver cualquier problema en	24,8	45,6	19,7	6,5
Usted dedica a resolver cada ejercicio del libro o el que le da el profesor en	23,8	42,2	18,2	12
Abandona un problema si no puede resolverlo en	6,4	11,5	13,8	27,6