

LAS FORMAS BÁSICAS DE GRAFICACIÓN Y SU RELACIÓN CON SITUACIONES DE MOVIMIENTO

Claudia Flores Estrada
CECyT 5, CICATA-IPN, México

Planteamiento

Se han reportado en diversas investigaciones (Leinhardt, Stein y Zaslavsky, 1990; Torres, 2004) las dificultades que tienen los estudiantes en la construcción e interpretación de gráficas, sin embargo, los significados, procedimientos y argumentos que propician en los estudiantes estas actividades de construcción e interpretación de gráficas no sólo contribuyen a la comprensión del concepto de función sino que constituye una vía de construcción de ideas de variación.

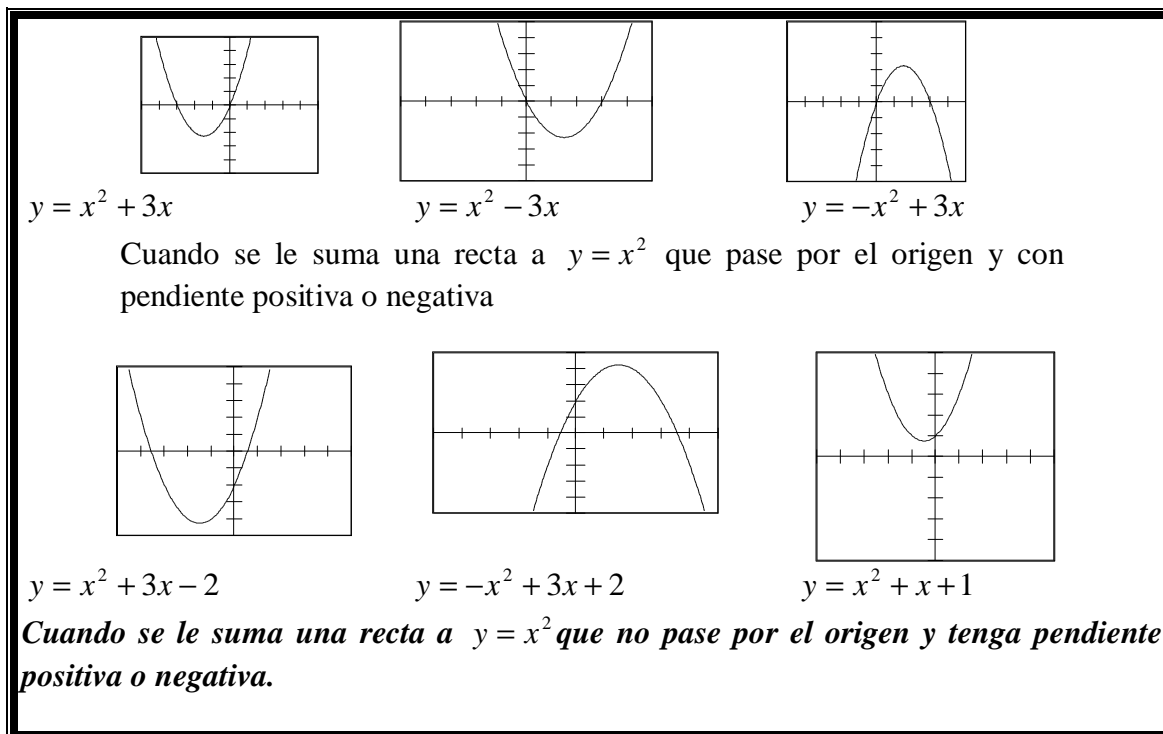
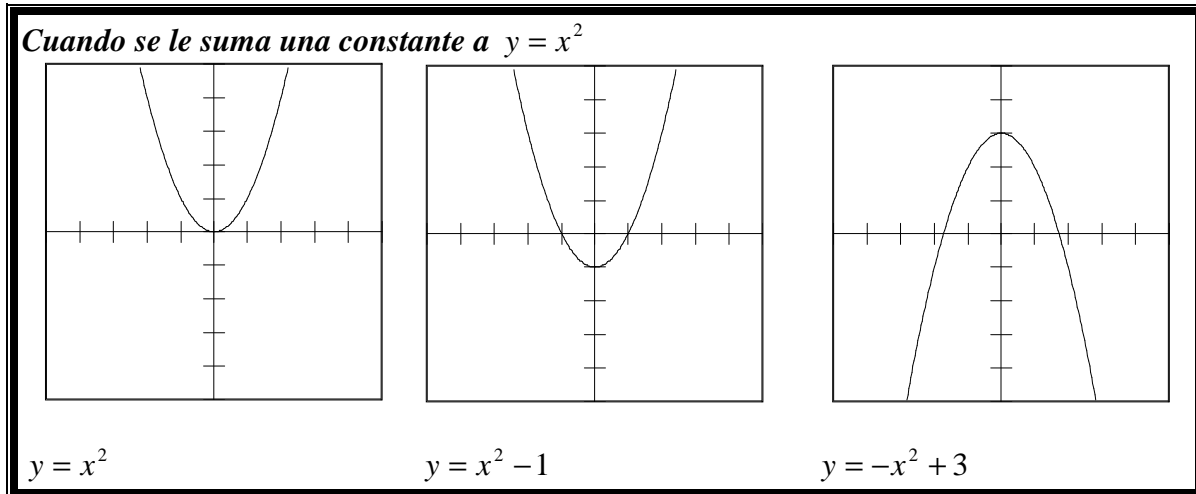
De esta manera, la graficación se ha revelado en las investigaciones (véase una revisión amplia en Leinhardt et al 1990) como una de las estrategias más fecundas para el análisis de las funciones en contextos matemáticos y extramatemáticos. La gráfica permite ver las características globales y locales de la función como son: las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos, etc.

Pero también, tomando a la graficación como una vía de construcción se pueden identificar distintos usos de las gráficas. En este sentido Torres (2004) propone, a partir de una revisión de libros de texto y de literatura en Matemática Educativa tres usos de las gráficas:

- a) La construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables (localizar parejas de puntos ordenados a partir de la relación algebraica).
- b) La construcción de gráficas por prototipos (en una parábola, por ejemplo, se estudian las transformaciones gráficas cuando se le suma una constante, o una recta que pase por el origen con pendiente positiva o negativa, o una recta que no pase por el origen con pendiente positiva o negativa o cuando el coeficiente del término cuadrático toma un valor mayor o menor a la unidad).
- c) La representación gráfica por medio de la simulación de un fenómeno físico. Los dispositivos transductores registran los datos y las calculadoras con poder de graficación los convierten en

tablas y gráficas. Los alumnos realizan un movimiento, obtienen un registro gráfico de tal manera que al cambiar las características de su movimiento pueden identificar los cambios que se producen en la gráfica. De esta forma se analiza un fenómeno y al mismo tiempo su representación.

Existen gráficas que utilizan un cuadrante, dos cuadrantes, tres cuadrantes y cuatro cuadrantes, gráficas que representan una función analítica o una situación real.



Cuadro I. Gráficas de la suma de la parábola. Tomado de Torres (2004)

La interpretación gráfica del estudiante nos permite obtener una visión de su conocimiento al realizar las gráficas y su interpretación que pudiera servir en la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Hemos escogido situaciones de aprendizaje que tengan que ver con la modelación gráfica del movimiento tal y como es trabajada en Torres (2004). Describimos este tipo de actividades a través del cuadro siguiente.

Descripción de las actividades de graficación - modelación

Tres actividades para analizar una situación de movimiento a través de:

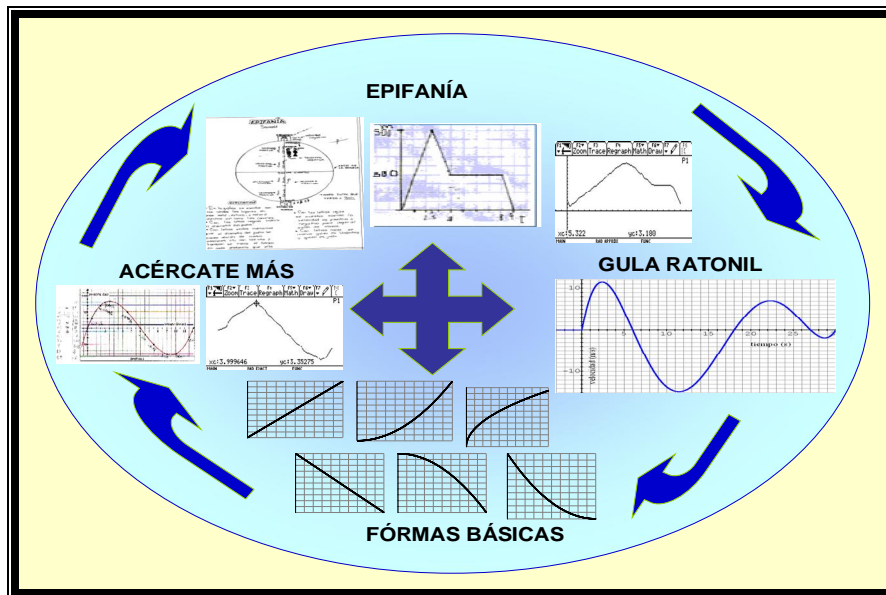
- Proponer un modelo gráfico: se pide diseñar una gráfica que describa los cambios de posición de una persona que realiza el movimiento descrito. En el momento de realizar esta tarea se toman decisiones: las variables que intervienen, la escala de la gráfica, las distancias recorridas en distintos instantes.
- Realizar una simulación: se pide simular el movimiento frente al sensor para obtener la gráfica estipulada. El movimiento se adapta al alcance del sensor. A partir de múltiples realizaciones se establecen relaciones entre las características del movimiento y los diversos comportamientos gráficos obtenidos en la calculadora.
- Efectuar un contraste entre el modelo gráfico y la situación: se pide ajustar el modelo gráfico original dando cuenta de la situación planteada.

Se esperan de los estudiantes múltiples realizaciones en la simulación del movimiento en las que tomen decisiones sobre las características que se varían en la situación para la obtención de distintas gráficas.

Cuadro II. Descripción de las actividades de graficación- modelación tomado de Suárez et al (2005).

Un ejemplo de estas actividades, en cuyo diseño la modelación usa la graficación, es el problema de movimiento comentado en el Libro del Profesor de Geometría Analítica (IPN, 2006, 109-119).

Esta y otras actividades forman una red (véase el Cuadro III) con la que se trabajan distintos conceptos a lo largo de los seis semestres.

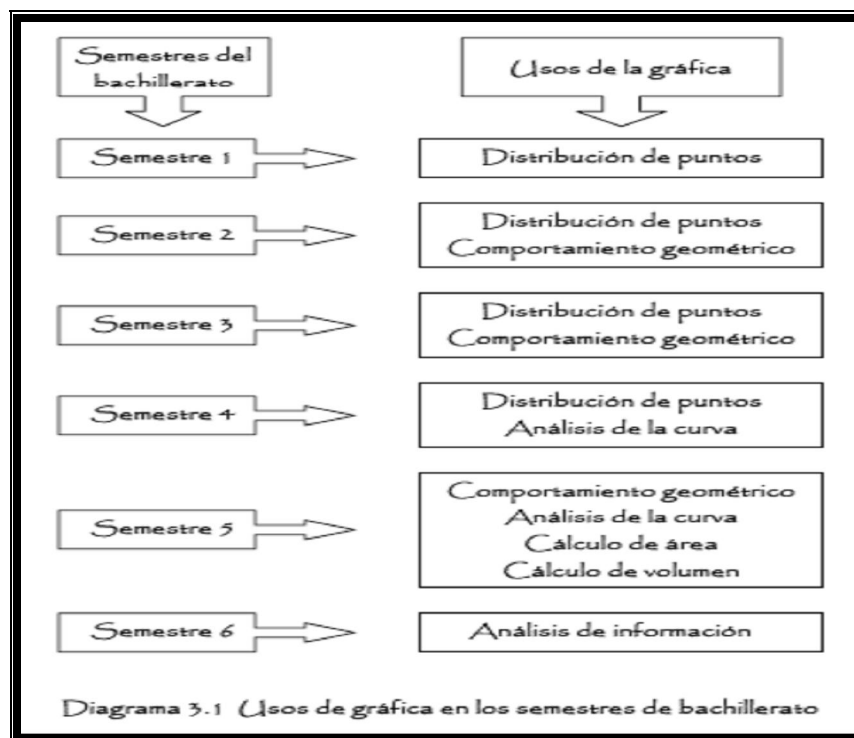


Cuadro III. Red de actividades de graficación- modelación

La presente investigación se enfoca en la interpretación de las formas básicas de graficación en la que los estudiantes logran una visión cualitativa de un cierto fenómeno de movimiento describiendo la variaciones de primero y segundo órdenes de la situación.

Marco teórico

Los programas vigentes de matemáticas en el Nivel Medio Superior del IPN (IPN, 1994-1996) establecen la modelación como una línea de desarrollo del currículo a través de varios cursos. En la instrumentación didáctica y en la lista de contenidos de los programas de Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Probabilidad y Estadística se observa como una constante la graficación de funciones, ecuaciones y conjuntos de datos. Para ilustrar esta presencia de la graficación mostramos a continuación el resumen de un análisis realizado por Cen (2006).



Cuadro IV. Uso de gráficas en el Nivel Medio Superior del IPN. Tomado de Cen (2006).

En los paquetes didácticos publicados por el Instituto Politécnico Nacional ha incluido una gran variedad de situaciones de aprendizaje con el uso de gráficas en ambientes tecnológicamente enriquecidos.

El marco de referencia para la presente investigación es la socioepistemología. En particular, se retoma la hipótesis, planteada dentro la didáctica del Cálculo, que dice que “la noción de derivada no puede construirse sino hasta después de haberse construido la idea de derivada sucesiva” (Castañeda, 2004, 26).

En la formulación de esta hipótesis intervienen cinco elementos: Relativo a la multiplicidad de representaciones; Relativo al tratamiento simultáneo de las variaciones; relativo a su regularidades; Relativo al problema de la dimensionalidad y Relativo a la aceptación de la metafísica diferencial, pero, en este trabajo hay un énfasis en el “tratamiento simultáneo de las variaciones de una función”, en términos de una situación de movimiento, y las variaciones en la posición y la velocidad.

Las exploraciones realizadas con estudiantes de bachillerato forman parte de esta investigación que quiere dar cuenta de la naturaleza de los conocimientos que los alumnos ponen en juego

cuando se enfrentan a este tipo de actividades que exigen coordinar habilidades en el manejo de las gráficas para la construcción de modelos que les permitan describir la variación de la posición y la velocidad en una situación de movimiento.

Metodología

Se realiza una red de cuatro actividades de graficación – modelación. Cada actividad tiene una finalidad en la que se permite al discente no sólo trabajar de forma colaborativa sino conocer y aplicar estrategias para su aprendizaje. En cada actividad el discente debe: a) Proponer un modelo gráfico, b) Realizar una simulación y c) Efectuar un contraste entre el modelo gráfico y la situación planteada.

Para analizar los registros generados por el estudiante se utilizarán la actividad de formas básicas en la que nos presenta la posición de un móvil por medio de su presentación gráfica.

Para analizar los registros generados por los estudiantes se utilizara las formas básicas de graficación a través de un problema real de movimiento en el que nos presentan la posición de un móvil por medio de su representación gráfica.

Cada red de actividades (véase el Cuadro III) se divide en tres etapas realizada en equipos en clase y en extraclase.

En la primera etapa se les proporciona el problema y los estudiantes lo analizan y realizan el primer reporte. Se elige de uno a dos equipos para la exposición del problema.

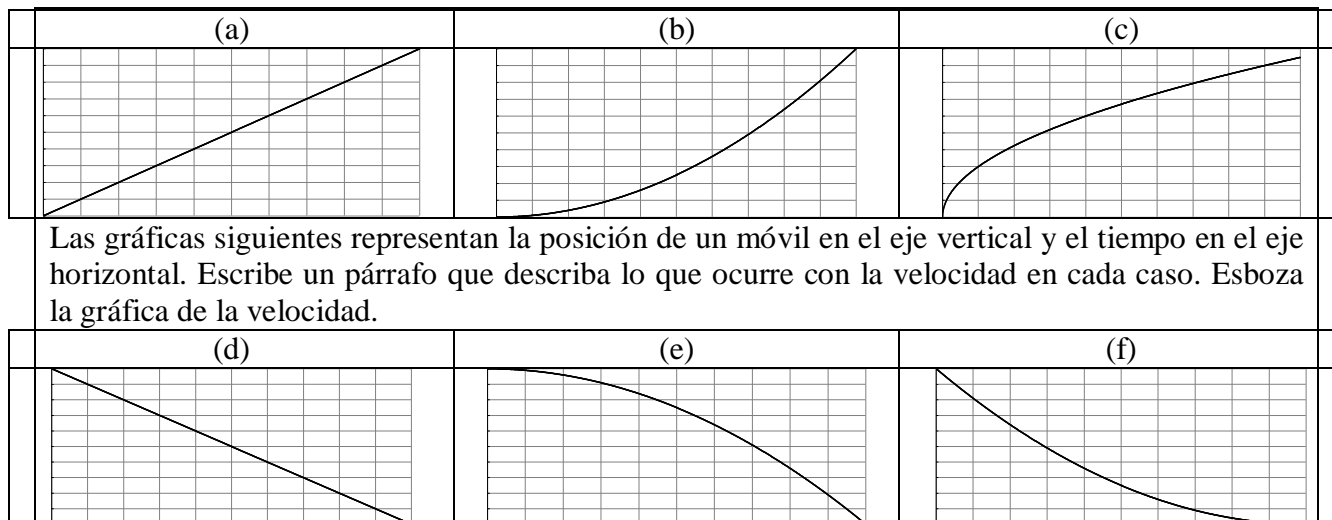
Segunda etapa. Por el tiempo de 60 minutos se les deja con actividad extraclase para completarla.

Tercera etapa se utiliza la calculadora con poder de graficación y el sensor de movimiento. El estudiante analiza lo realizado a lápiz y papel al contrastarlo con uso de tecnología.

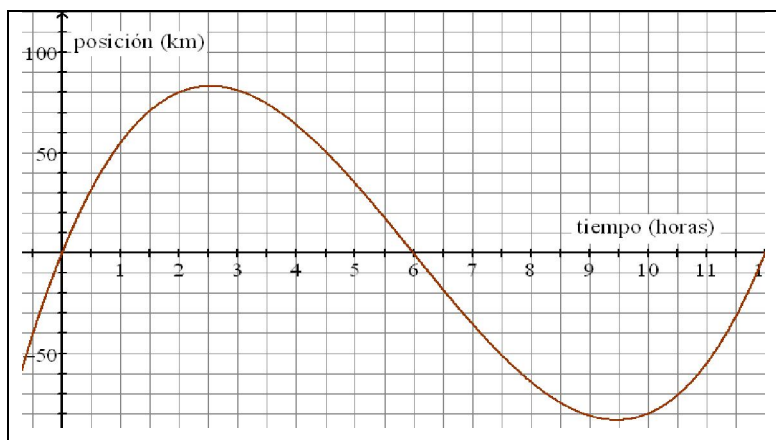
Formas Básicas es una actividad en la que nos presenta la posición de un móvil por medio de su representación gráfica.

Formas básicas

Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.



Acércate más es una actividad en la que una persona recorre una cierta distancia en motocicleta mediante una representación gráfica.



Resultados

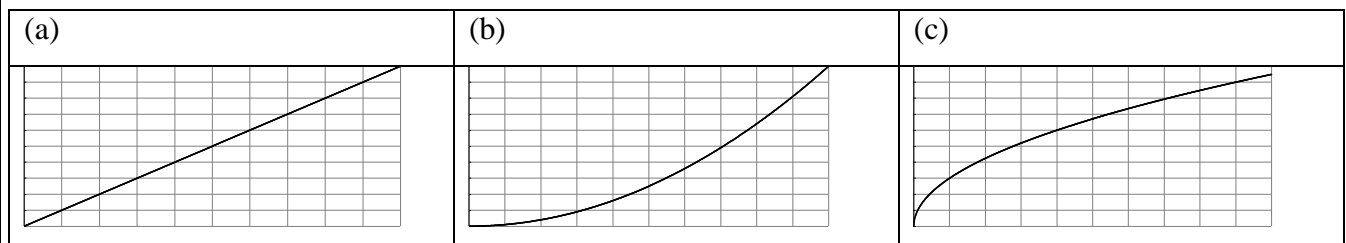
En las actividades de aprendizaje descritas en el planteamiento se ha explorado el desempeño de estudiantes que cursan quinto semestre del nivel medio superior en el CECyT “Benito Juárez García” del Instituto Politécnico Nacional.

De acuerdo a la estructura de las actividades de modelación-graficación la sesión se organizó en dos partes. En la primera parte los estudiantes leen y resuelven el problema a lápiz y papel; en la segunda se utiliza una calculadora con poder de graficación y sensor de movimiento CBR ante el cual los estudiantes deciden cómo moverse para generar una gráfica.

El estudiante diseña la gráfica que describe los cambios de posición de un móvil y simular el movimiento frente al sensor para obtener la gráfica de variación. El estudiante ajusta el modelo de formas gráficas con el obtenido por el uso del sensor de movimiento y las calculadoras con poder de graficación.

Formas básicas

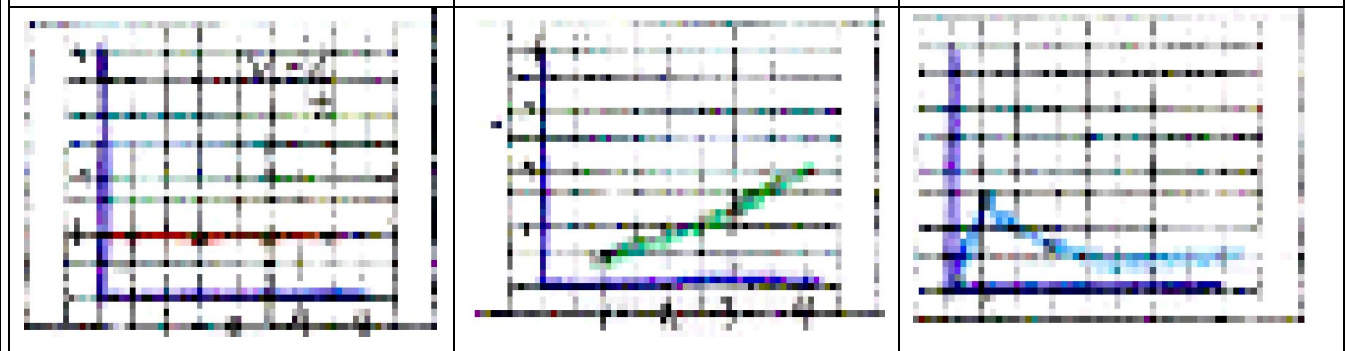
Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.





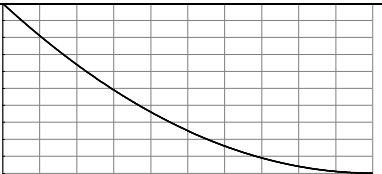
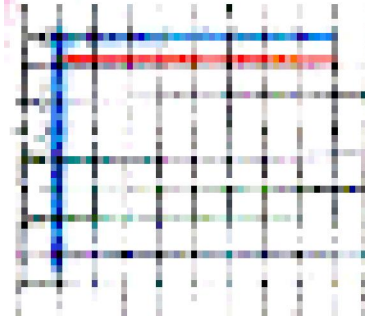
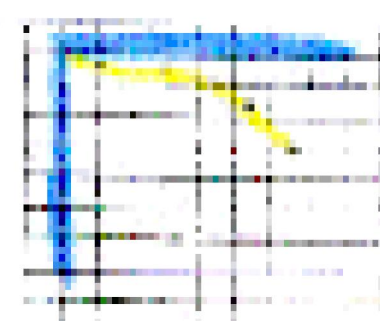
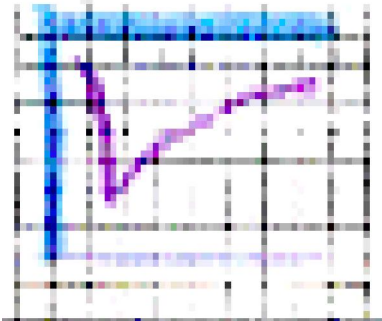
En esta gráfica la velocidad es constante ya que cuando recorre un segundo recorre un metro y así sucesivamente.

En esta gráfica la velocidad es constante aumenta muy rápido ya que se mueve mucho en muy poco tiempo.

En esta gráfica la velocidad es muy lenta ya que se mueve muy poco en un tiempo muy largo.



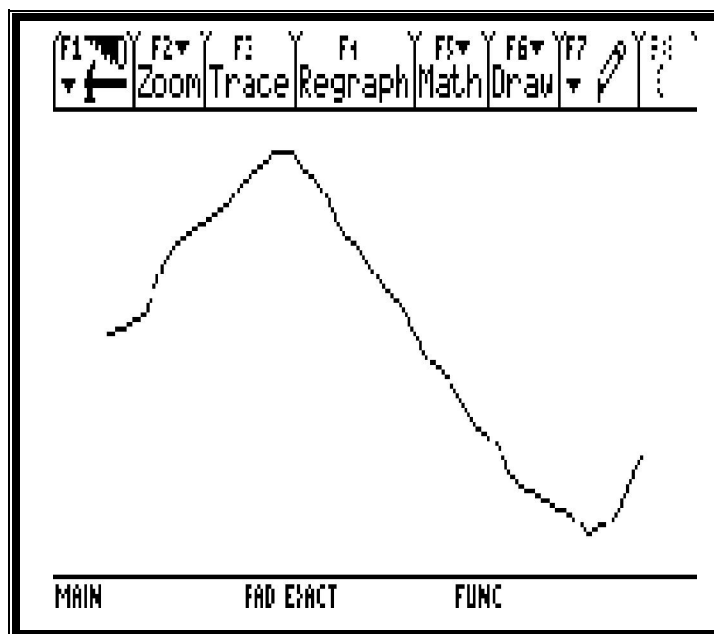
Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.

(d) 	(e) 	(f) 
En esta gráfica el móvil desacelera una trayectoria constante decir en un segundo desacelera un metro.	En esta gráfica el móvil desacelera muy rápido ya que su velocidad disminuye en poco tiempo.	En esta gráfica el móvil desacelera muy lento ya que recorre una distancia mínima en un tiempo muy largo.
		

Cuadro V. Construcción de gráficas sin el uso de tecnología por los estudiantes.

El análisis de la situación-problema “formas básicas de graficación” se considera desde su aspecto verbal, aspecto geométrico (representación gráfica de posición y de la velocidad), aspecto numérico (situación numérica de la velocidad), el aspecto algebraico y por simulación. Para obtener la velocidad se considera la aproximación por velocidad promedio.

En la segunda parte los estudiantes diseñan la forma en que se van a mover ante el sensor. Los alumnos deciden el tiempo y la distancia para lograr la gráfica de su propuesta. Se realiza nuevamente una exposición comparando su propuesta a lápiz y papel y la realizada con la tecnología disponible: calculadoras graficadoras y sensores de movimiento.



Cuadro VI. Construcción de gráficas con el uso de tecnología. Acércate más.

Las herramientas computacionales generan nuevos ambientes en los cuales los objetos virtuales que aparecen en pantalla se pueden manipular, además de una mayor precisión y rapidez para hacer cálculos aritméticos y representaciones gráficas. Los objetos matemáticos solo existen a través de sus representaciones.

La incorporación de la tecnología ha propiciado modificaciones de forma paulatina en las aulas. El uso de los objetos para el aprendizaje es la posibilidad de querer tanto estudiantes como profesores adapten los recursos didácticos de acuerdo a sus propias necesidades, inquietudes, estilos de aprendizaje y enseñanza.

Conclusiones

Esta experiencia nos aporta información sobre el tipo de conocimientos que los estudiantes ponen en juego. El interés de esta investigación es precisar cuáles conocimientos están involucrados en la identificación y uso de las formas básicas y cuál es el papel de actividades de modelación-graficación en la construcción de estos contenidos.

- El aprendizaje del estudiante puede ser por intuición.
- El conocimiento del estudiante es por su vida cotidiana y lo adquirido en la escuela.
- El estudiante al construir e interpretar las gráficas se relaciona por intuición y por conceptos erróneos adquiridos en su entorno.

Se utilizó para evaluar la competencia de graficación, en el contexto de un curso de cálculo, de las formas básicas y su interpretación como la relación que hay entre una función y sus funciones derivadas, en representaciones verbales, algebraicas, tabulares y gráficas en el contexto de problemas de aplicación.

De esta forma se documentan algunas características de la interpretación y construcción de graficas de los estudiantes.

Referencias

Castañeda, A. (2004). Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.

Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Flores, C. (2005). *Características de las gráficas y su relación con la modelación de situaciones de movimiento*. En, Resúmenes de la XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Montevideo, Uruguay.

IPN (1994-1996). Planes y programas de estudios de Matemáticas I, II, III, IV, V y VI. Documentos internos de trabajo. Dirección de Educación Media Superior. México, D.F.

IPN (2006). Geometría Analítica. Libro del Profesor. IPN. ISBN: 970-36-0258-4.

Leinhardt, G.; Stein, M.; Zaslavsky, O. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60, 1, 1-64.

Suárez, L.; Flores, C.; Gómez, A.; Licona, R. (2005). *Uso de las gráficas a través de actividades de modelación matemática con calculadoras y dispositivos transductores*. Resumen del taller aprobado para su presentación en el Quinto Encuentro de Tecnología Educativa del IPN. Consultado en http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller_opc_ins.asp el 16 de agosto de 2006.

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada del Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN.

Tres palabras claves

Graficación, interpretación y construcción.