

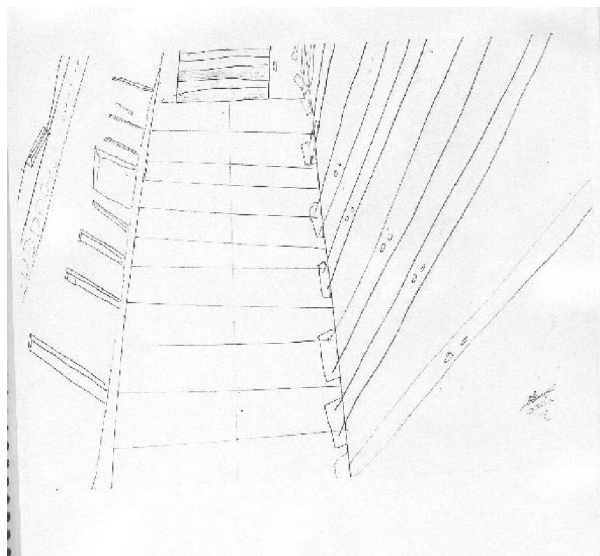
INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS DE PERSPECTIVA DO RENASCIMENTO ITALIANO QUE PROPICIEM A AQUISIÇÃO DO ESPAÇO E O APRIMORAMENTO DO OLHAR

RESUMO:

Este trabalho propõe contribuir no pólo do visto e do sabido do espaço tridimensional através de técnicas do Renascimento Italiano. A investigação dá-se sobre o desenvolvimento da técnica da pintura que visava melhorar a representação do espaço. Assim elaborada uma seqüência de atividades a fim de preparar o olhar para a compreensão das técnicas da perspectiva e da geometria projetiva e espacial. Pretende-se, assim, analisar o uso de técnicas de perspectiva renascentistas que permitam, com o aprimoramento do olhar, a aquisição do espaço pictórico, reconstruído em uma representação por meio de maquetes.

PALAVRAS-CHAVES: perspectiva, geometria, história da matemática.

INTRODUÇÃO E REFERENCIAL TEÓRICO:



O presente trabalho analisa experimentalmente do desenvolvimento da percepção visual e da formação do olhar, buscando compreensão espacial articulada com a representação. Para Parzysz (1989), os alunos têm dificuldades em formar mentalmente uma situação espacial a partir de sua representação em um desenho. Este estudo fundamenta-se basicamente na construção do conhecimento geométrico-espacial

através das relações do sujeito com o meio, e sua percepção, conceituação e representação.

Piaget¹ observou que o sujeito divide-se entre o realismo e a representação do objeto figurado em desenhos, e que o uso da perspectiva se faz, não como corretor da percepção, mas afastando-se da observação, e direcionando-se para uma forma de representação elaborada e aceita como adequada, a partir de um determinado ponto de vista².

As operações projetivas são uma fonte para a definição de um campo conceitual para a perspectiva (Vergnaud:1990)³. O aprendizado específico da perspectiva necessita de noções da representação gráfica do espaço projetivo.

¹ PIAGET, J. INHELDER, B. SZEMINSKA, A . *La géométrie spontanée de l'enfant*. PIAGET, J. et INHELDER, B. *La représentation de l'espace chez l'enfant* .

²Idem pg. 198.

³“*La théorie des champs conceptuels*”.

Fig1 – Desenho de observação. Resultado inicial obtido por um aluno.

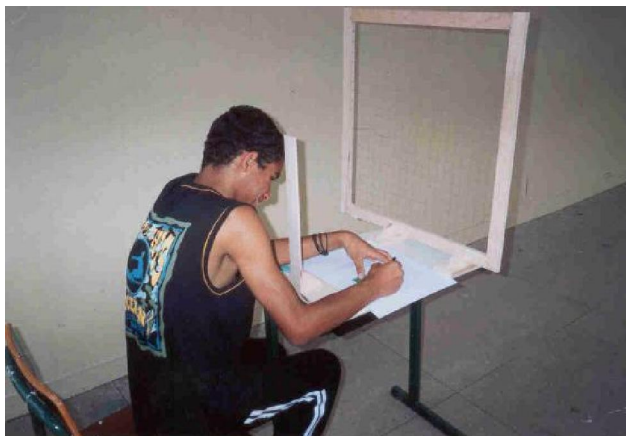
O aprendizado específico de Geometria, de acordo com Duval (1995)⁴, envolve três tipos de processos cognitivos estritamente ligados: processo de visualização referente à representação espacial; processo de construção através do uso de ferramentas; e processo de raciocínio para comprovação e demonstração.

D'Ambrosio (Falzetta: 2002) ainda completa: “Nossas primeiras sensações geométricas se dão em três dimensões, não em duas, por isso as aulas devem partir do tri, para depois abstrair até o bidimensional”.

A CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO:

Como “uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e seu ensino” (D'Ambrosio: 1996), focaremos o Renascimento destacando os elementos que favoreceram a percepção e o desenvolvimento da geometria projetiva.

O homem fez as primeiras considerações sobre o espaço muito remotamente surgindo também os primeiros registros e, conseqüentemente, os primeiros obstáculos em representá-lo. Em 300 a.C. o grego Euclides compõe Os Elementos. “As primeiras edições (dos Elementos) apareceram na Itália, no fim do século XV (...) e estimularam a nova arte da perspectiva, tema de experiência de vários artistas” (Ronan: 1987). “Uma tradução latina louvável, feita a partir do grego, é a de Commandino (1572)” (Eves: 1995). “No começo do século XV, a Itália não era uma unidade social, nem cultural, embora o conceito de Itália existisse, e alguns homens educados de outras regiões entendessem a língua toscana. Era simplesmente uma expressão geográfica” (Burke: 1999). Nesta região, surgem os fundamentos do Renascimento. Dentre as condições que favoreceram o surgimento de uma sociedade nova no Norte da Itália (Lombardia), destacamos a organização social e política semelhante à Roma Antiga. O ressurgimento comercial no Mediterrâneo (Huberman: 1986) nos séculos XI e XII, em Pisa, Gênova e Veneza, contribui para o crescimento econômico e populacional.



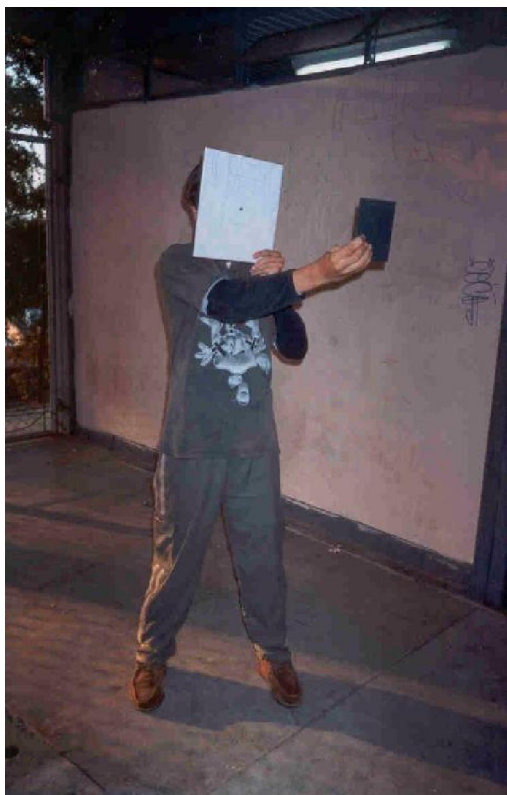
⁴ Uma apresentação de sua teoria pode ser encontrada em: Aprendizagem em matemática (Machado: 2003).
Fig2 – Desenho Instrumentado. Aluno aplicando técnica de Dürer.

Segundo Kossovitch (1999)⁵, a obra *Da Pintura* (1435-36) de Leon Battista Alberti é a primeira a teorizar sobre a pintura, tendo, como fonte, a obra de Vitruvius e de Plínio (*História Natural* – séc. I d.C.), além do discurso (retórica e dialética) de Dante e do uso da Geometria de Euclides. Em 1434, quando Alberti transfere-se para Florença, encontrando Donatello, Masaccio, Della Robbia (Parronti: 1964) e principalmente Brunelleschi que, segundo Katinsky (2002), tinha iniciado experiências sobre a perspectiva nos primeiros anos do século XV. O 1º, dos 3 livros que compõe *Da Pintura*, trata da técnica da perspectiva desenvolvida por Alberti, a partir da descoberta de Brunelleschi. Nele explica o processo ótico da visão, através da “pirâmide visual”. Sua técnica de perspectiva consiste em construir um quadrado e transformá-lo em uma “janela visual”. A partir da dimensão humana, divide a medida em três “braços”. A linha da base do quadrado é dividida em partes iguais. Localiza-se o ponto de interceptação do raio cêntrico (principal raio da pirâmide visual) com o quadrado, chamado-o de ponto cêntrico (ponto de fuga, sendo a projeção do ponto do observador). Traçam-se linhas do ponto cêntrico até as divisões feitas na base do quadrado. “Saiba-se bem que nenhuma coisa pintada jamais poderá ser semelhante às coisas verdadeiras, se não houver uma determinada distância para vê-la”. Explica a determinação das linhas paralelas à base do quadrado, a partir da distância do observador ao quadrado .

Em 1377 nasceu, em Florença Filippo Brunelleschi. Além de um novo estilo, suas idéias representavam uma técnica, “que já não é atividade manual, mas método ou processo racional, que portanto se aplica tanto à resolução de problemas construtivos como à pesquisa histórica e ao conhecimento da realidade” (Argan: 1999). A solução construtiva da cúpula e da lanterna de Santa Maria del Fiore demonstram o surgimento de uma nova técnica, já que a lanterna “é posta no ponto de convergência das nervuras e, portanto, sendo estas imaginadas como <linhas de perspectiva>, encontra-se exatamente no <ponto de fuga>” (Argan: 1999). A partir do controle da técnica, com a aquisição do saber fazer, possibilita-se o saber pensar e o saber olhar. Com o domínio sobre o pensar o espaço, Brunelleschi conquista a descoberta e aplicação prática da *costruzione legittima* de Alberti. Haverá, a partir deste descobrimento, uma mudança no modo de ver e do modo de representar, quando a expressão plástica adota uma visão do espaço que permite mensurá-lo, construí-lo de maneira científica e representá-lo geometricamente. Brunelleschi desenvolveu duas experiências visuais que formaram o método de representação conhecido como perspectiva artificialis, ou seja, uma construção geométrica que se classifica como projeção central (Xavier: 1997). Manetti relata que primeiro ele fez a demonstração com uma tabuleta (retábulo) quadrada de meio braço (58

⁵ Prof. Leon Kossovitch (FFLCH – USP) Prefácio *Da Pintura*.

cm), onde fez a pintura do Batistério de San Giovanni, estando a três braços dentro da Santa Maria del Fiori. Para reproduzir o céu, colocou prata polida, de modo que os espaços livres refletissem as nuvens levadas pelo vento. Na tavoletta fez um furo pequeno como uma



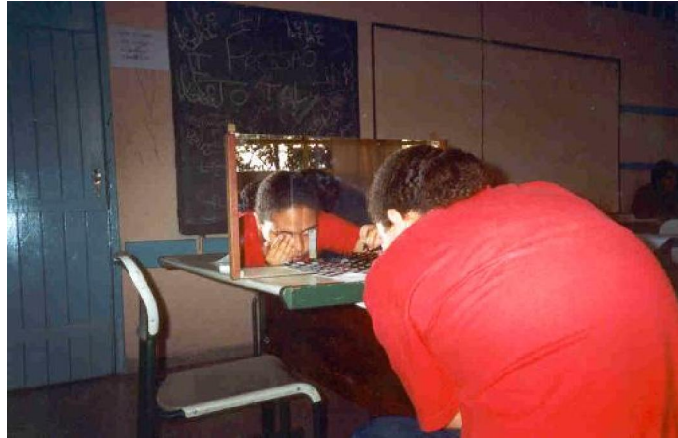
lentilha, de modo que ele colocasse o olho do lado contrário à pintura e, com a outra mão segurasse um espelho plano em frente, de modo que a distância fosse de um braço. Ao observar a pintura refletida no espelho “encaixada” na paisagem “parecia ver-se a igreja verdadeira e real” (Damisch: 1987). A segunda demonstração foi feita na praça do Palácio dos Senhores de Florença. “Toda a história da perspectiva central, desde a experiência de Brunelleschi até aos seus desenvolvimentos tardios, tentou exibir o olho do pintor sobre o plano do próprio quadro (...). Paradoxalmente, em matemática, o centro de projeção (olho), é o único ponto onde a imagem não está definida sobre o plano do quadro” (Comar: 1992)

A pintura desenvolveu-se em Florença, a partir de um momento anterior ao de Alberti e Brunelleschi, e a conquista da profundidade e do volume surge com Ambrogio di Bondone (1266 – 1337), conhecido como Giotto (Gombrich, 1988). Com A Santíssima Trindade (1427) de Masaccio⁶ (1401 – 1428) “o cenário contemporâneo, revela um domínio total da perspectiva científica e da nova arquitetura de Brunelleschi” (Janson e Janson: 1996). “O lugar a partir do qual se deve ver o quadro, não poderá jamais ser mostrado pelo próprio quadro, salvo se recorrer a um artifício – como o do espelho no retrato do casal Arnolfini de Van Eick – o lugar do pintor ou do espectador é por essência um lugar invisível” (Comar: 1992). “Em princípio, esta construção geométrica exata (...) ainda se funda em duas premissas aceitas como axiomáticas tanto na óptica clássica como na medieval: a primeira, é que a imagem visual é produzida por linhas retas que estabelecem a ligação do olho com os objetos vistos, formando o conjunto da figura aquilo a que se chama <pirâmide ou cone visual>; a segunda, é que a superfície e a forma dos objetos tais como aparecem na imagem visual são determinadas pela posição relativa dos <raios visuais>” (Panofsky: 1981). O primeiro tratado

⁶ Il Masaccio, quer dizer “desajeitado”, era o apelido de Tommaso de ser Giovanni.

Fig3 – Experiência de Brunelleschi. Aluno fazendo verificação do desenho com a paisagem.

de perspectiva conhecido foi concebido pelo pintor e matemático Piero della Francesca (1416 – 1492), em 1475, denominando-se *De prospectiva pingendi*⁷. Em seu Tratado de pintura, de paisagem, sobre e luz (1483 – 1518), Leonardo da Vinci (1452 – 1514) aborda a perspectiva no capítulo VII, do tópico 183 ao tópico 243. “A arte e a ciência haviam-se unido pela primeira vez com a descoberta da perspectiva, por Brunelleschi; a obra de Leonardo constitui o clímax dessa tendência” (Janson e Janson: 1996).



Em Nuremberg (1471 – 1528) Albrecht Dürer, procurando aprofundar seu conhecimento em perspectiva, constrói equipamentos de estudo, presentes em suas gravuras. Guidobaldo Marchese del Monte (1545 – 1607) torna-se uma figura fundamental na história da perspectiva com a obra *Perspectivae Libri Sex* (1600), o primeiro livro de matemática da projeção perspectiva, dentro de um rigor científico, nel piu puro stile euclideo... Girard Desargues (1591 – 1661), em sua obra *Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cone avec un plan* (1639) une o princípio de continuidade do alemão Johann Kepler (1571 – 1630) com a perspectiva do Renascimento italiano. “A geometria projetiva de Desargues tinha uma enorme vantagem em generalidade sobre a geometria métrica de Apolônio, Descartes e Fermat, pois muitos casos especiais de um teorema se juntaram num enunciado geral” (Boyer: 1996). Mas sua proposição mais conhecida não está neste livro: Se dois triângulos estão colocados de tal maneira que as retas que unem os pares de vértices correspondentes são concorrentes, então os pontos de intersecção de pares de lados correspondentes são colineares, e reciprocamente. “É interessante notar que embora em três dimensões o teorema seja uma consequência simples do axioma da incidência, a prova para duas dimensões requer uma hipótese adicional” (Boyer: 1996). Preferindo uma linguagem “própria”, que demonstra o quanto Desargues sabia ver e representar o espaço matemático tridimensional, apropriando-se deste conhecimento para desenvolver a Geometria Projetiva.

“Perspectiva é uma palavra latina que significa ‘ver através de’. Assim procurou Dürer explicar o conceito de perspectiva” (Panofsky: 1999. p. 31). Para Montenegro (1996), hoje a maioria das pessoas usa a perspectiva como meio geométrico para a representação gráfica. A

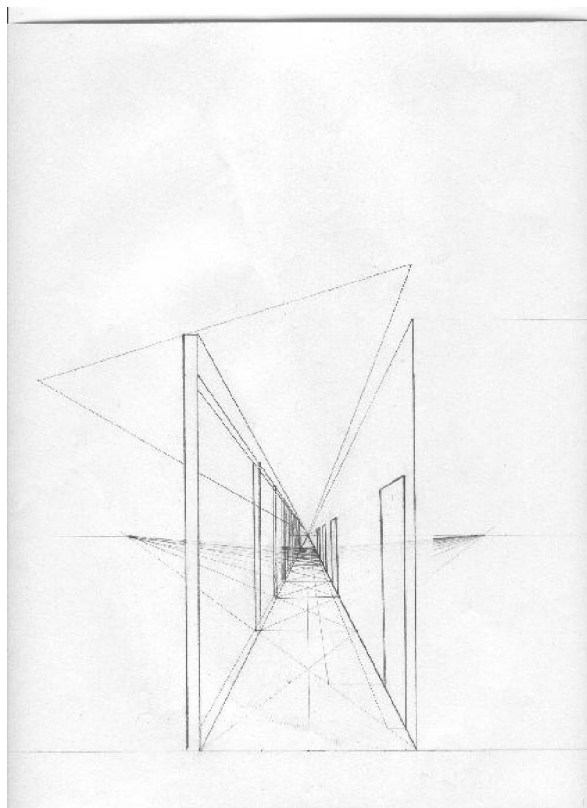
⁷ A perspectiva do pintor
Fig4 – Experiência de Katinsky. Aluna traçando as linhas no acetato.

perspectiva linear ou perspectiva exata⁸ (Katinsky: 2002) pertence ao grupo de projeções centrais ou cônicas, por isso ficou conhecida também como perspectiva central ou perspectiva cônica. Resumidamente poderíamos dizer que a diferença entre projeções cônicas e paralelas é a localização do ponto de convergência das retas projetantes (ponto de fuga) que nas cônicas está a uma distância finita (ponto próprio) e nas paralelas, no infinito (ponto impróprio).

A ANÁLISE DAS ATIVIDADES:

A partir do referencial teórico e histórico exposto, elaboramos uma seqüência de atividades que visam propiciar a apropriação do espaço pelo olhar. A seqüência concebida foi composta por 15 encontros divididos em 5 blocos: histórico-expositivo, exploratório-vivencial, ótico-científico, técnico-representativo e plástico-espacial.

A seqüência de atividades, que totalizou 60 horas, dividiu-se em 15 encontros de 4 horas: 1º bloco: histórico-expositivo (2 encontros); 2º bloco: exploratório-vivencial (1 encontro); 3º bloco: ótico-científico (4 encontros); 4º bloco: técnico-representativo (4 encontros); e 5º bloco: plástico-espacial (4 encontros). Os sujeitos da pesquisa foram alunos das 2^{as} série do Ensino Médio Regular da Escola Estadual Ana Siqueira da Silva, pertencente



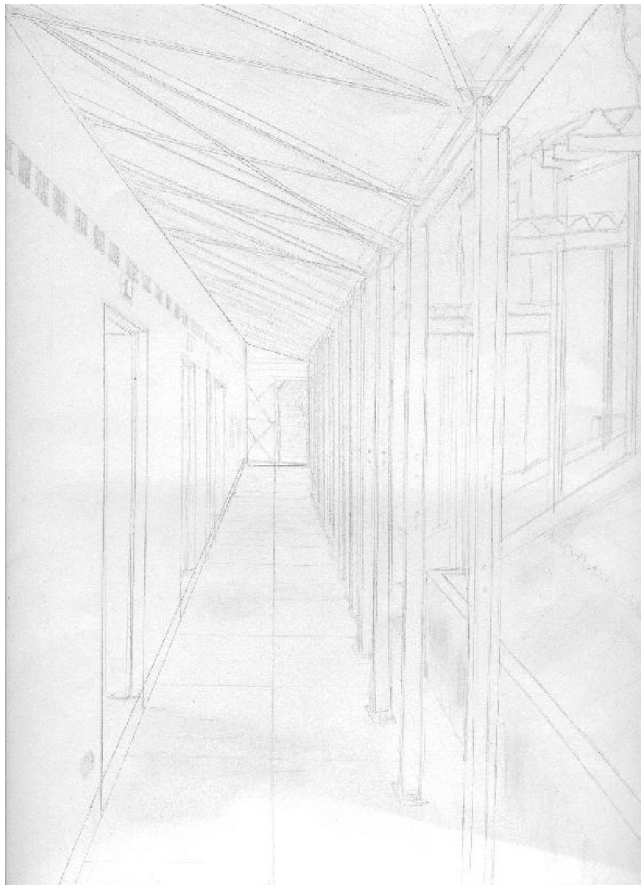
à rede pública da Capital do Estado de São Paulo. As atividades foram realizadas nos meses de abril, maio e junho de 2004.

O 1º bloco, além de ter motivado os alunos, situou historicamente os experimentos desenvolvidos que, mesmo não sendo de agrado de todos, eram praticados por terem adquirido significado. Verificamos sua necessária presença nas demais atividades através de considerações coletivas sobre o ambiente artístico e cultural de Alberti e Brunelleschi, não apenas para nos utilizar de suas técnicas e conceitos, mas para situar o aluno no tempo e no espaço, fornecendo-lhe uma nova maneira de justificar o aprendizado da

⁸ Daremos preferência para este termo por reforçar mais as ligações matemáticas da perspectiva.

Fig5 – Técnica representativa. Desenho do corredor das salas com divisão em partes iguais do espaço em profundidade, a partir do levantamento local.

Geometria nas práticas atuais. O 2º bloco permitiu uma maior integração do aluno com seu meio social, modificando seu olhar diante de seu próprio cotidiano e mostrando sua importância no desenvolvimento específico da representação do espaço. O 3º bloco foi fundamental para a apropriação do espaço pelo olhar. Destacamos a necessidade da aquisição do conhecimento através das relações do aluno com o outro, já que a obtenção de conceitos e elaboração de proposições ocorriam nas análises coletivas que encerravam os encontros, não apenas deste bloco, mas quase uma constante ao longo desta seqüência de atividades. O desenho de observação aumentava a formação do olhar, inicialmente aguçada no 2º bloco, aprimorando a capacidade de leitura visual. Nesta atividade constatamos que os alunos dividiram-se entre o real e o representativo. Alguns alunos desenhavam uma paisagem que não poderia ser vista daquele ângulo enquanto outros desenhavam o que era visto sem domínio sobre a representação espacial, fazendo paredes “deitadas” ou trechos desconexos de uma mesma paisagem. O primeiro instrumento utilizado, baseado nas gravuras de Dürer,



iniciou o processo mediador entre o que era visto e o que se conhecia sobre o mesmo, trabalhando a capacidade de percepção do espaço. A experiência de Brunelleschi ao permitir relacionar geometria e ótica, de Euclides e Descartes, criou situações de verificação de proposições, conduzindo a novos invariantes. Ao “encaixar” uma representação bidimensional em um espaço tridimensional, equilibrou as relações do visto com o sabido através do próprio registro semiótico. O instrumento desenvolvido pelo Prof. Katinsky, ao explorar o estudo da *costruzione abbreviata e legittima*, transcende à importância de uma descoberta científica, já que permitiu

situações de institucionalização dos conceitos, a construção de proposições justificáveis e um novo olhar sobre a geometria espacial e projetiva. No 4º bloco notamos a presença dos 3 tipos de processos cognitivos (Duval: 1995) e constatamos o favorecimento destes processos no

aprendizado da Geometria, e, mais especificamente, da Geometria Projetiva. Verificamos neste bloco a criação do modelo gráfico, sua transformação e aplicação do modelo geral, através dos ensaios com cubos e depois com o desenho do corredor das salas de aula. A maquete completou o processo, ao ser em si uma situação problema no qual o uso de conceitos adquiridos se fez, mobilizando as proposições da relação real-representativo e os diversos níveis de representação, reforçando o “trajeto” que Parzysz (1989) propôs.

Um outro olhar sobre cada bloco de atividades, bem como sobre sua seqüência, podem permitir que se definam outras questões, para projeto transdisciplinar mais amplo, que permita não somente o desenvolvimento do saber humano, mas atinja uma “ética da diversidade”⁹.

⁹ D'Ambrosio (1996).

Fig6 – Desenho de observação. Resultado final obtido após construção do espaço geométrico através do desenvolvimento de técnicas da perspectiva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ALBERTI, L.A. (1999). *Da pintura*. Campinas: Unicamp.livro 1.
- ARGAN, G.C. (1999). *Clássico anti-clássico*. S.Paulo: Cia das Letras. Pp12-167.
- BOYER, C.B. (1996). *A história da matemática*. S.Paulo: Edgard Blücher.pp146-181.
- BURKE, P. (1999). *O renascimento italiano*. S.Paulo: Nova Alexandria.pp16-78.
- COMAR, P. (1992). *La perspective en jeu*. Découvertes Gallimard-Sciences. Paris: Gallimard.pp34
- DAMISCH, H. (1987). *L'origine de la perspective*. Paris: Flammarion.pp276
- D'AMBRÓSIO, U. (1996). *Educação matemática: teoria e prática*. Campinas : Papirus.pp58
- DUVAL, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang. pp23-30.
- EUCLIDES. (1944). *Elementos de la geometria*. Traducion de David Hilbert. México: Universidad Nacional Autonoma de México.
- EVES, H. (1995). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Unicamp.pp17.
- FALZETTA, R. (3) (2002). *A matemática pulsa no dia-a-dia*, Novaescola, S.Paulo.pp18.
- GOMBRICH, E.H. (1988). *A história da arte*. R.Janeiro: Guanabara.pp34
- HUBERMAN, L. (1986). *História da riqueza do homem*. R.Janeiro: Guanabara.pp27.
- JANSON, H.W. JANSON, A.F. (1996). *Iniciação à história da arte*. S.Paulo: M.Fontes.pp45-56.
- KATINSKY, J.R. (2002). *Renascença: estudos periféricos*. S.Paulo: FAU-USP.pp08-83.
- MACHADO, S.D.A. (org.) (2003). *Aprendizagem em matemática*. Campinas: Papirus.pp27-35
- MONTE, G. (2004). *Perspectivae libri sex*. Roma: Università di Roma.
- MONTENEGRO, G. (1996). *A perspectiva dos profissionais*. S.Paulo: E.Blücher.pp08
- PANOFSKY, E. (1981). *Renascimento e renascimento na arte ocidental*. Lisboa: Presença.pp14-15.
- PANOFSKY, E. (1999). *A perspectiva como forma simbólica*. Lisboa: Edições 70.pp17.
- PARRONTI, A. (1964). *Studi su la dolce prospectiva*. Milão: Aldo Martello.pp245.
- PARZYSZ, B. (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée*. Paris: Universite Paris VII.pp09-12
- PIAGET, J. INHELDER, B. (1993). *A representação do espaço na criança*. P.Alegre: Ártmed. pp145.
- PIAGET, J. INHELDER, B. SZEMINSKA, A. (1948). *La géometrie spontantannée de l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.pp108.
- RONAN, C.A. 3 (1987). *História ilustrada da ciência da Universidade de Cambridge*. R.Janeiro: Zahar.pp171-183.
- VERGNAUD, G. 10 (2.3) (1990). *La théorie des champs conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble.pp15-16
- VINCI, L. (1944). *Tratado de la pintura y del paisaje sombra y luz*. B.Aires: J. Gil.
- VITRUVIO. (2002). *Da arquitetura*. S.Paulo: Hucitec/AnnaBlume.pp01-10
- XAVIER, J.P. (1997). *Perspectiva, perspectiva acelerada e contraperspectiva*. Porto: FAUP.pp23-30.